UNTERSUCHUNG STEHENDER SCHALLSCHWINGUNGEN MIT HILFE DES WIDERSTANDSTHERMOMETERS.

INAUGURAL-DISSERTATION

ZUR

ERLANGUNG DER DOKTORWÜRDE

DER

HOHEN NATURWISSENSCHAFTLICHEN FAKULTÄT

DER

EBERHARD-KARLS-UNIVERSITÄT ZU TÜBINGEN

VORGELEGT

VON

KARL NEUSCHELER
AUS DEGERSCHLACHT.

ACAD. LUGD. BAT. BIBL.

LEIPZIG,
JOHANN AMBROSIUS BARTH.
1910.

Von der Fakultät angenommen den 17. Januar 1910.

Druck von Metzger & Wittig in Leipzig.

Die folgenden Untersuchungen setzen es sich zur Aufgabe ein Thermometer herzustellen, mit dem die adiabatischen Temperaturänderungen in den Knoten stehender Luftschwingungen nachgewiesen werden können. Der Verlauf der Untersuchungen zeigt, daß es sogar möglich ist, die adiabatischen Temperaturänderungen eines Tones von etwa 100 Schwingungen in der Sekunde und einer solchen Stärke, daß adiabatische Temperaturänderungen von etwa 0,1° C. eintreten, bis auf weniger als 5 Proz. zu messen. Mit Hilfe der gemessenen adiabatischen Temperaturänderungen lassen sich, ebenso wie aus den an Orgelpfeifen gemessenen Druckänderungen, die Konstanten der untersuchten Schwingung leicht angeben. Bei dem Suchen nach einem Beweis für die Richtigkeit des Experimentes ergab sich ferner eine sehr brauchbare Methode zur Bestimmung des Verhältnisses der spezifischen Wärmen bei Gasen.

Erzeugung der stehenden Schwingungen.

Die stehenden Schwingungen, die im folgenden untersucht wurden, wurden erzeugt durch eine gedackte Orgelpfeife, deren Grundton etwa 33 Schwingungen in der Sekunde besaß. Die Pfeife hatte folgende Dimensionen:

Länge der Pfeife	2,35 m
Querschnitt	11 bzw. 8,5 cm
Höhe der Mundöffnung	2,2 cm
Breite der Mundöffnung	7,9 cm.

Da bei einer so langen Orgelpfeife die Wellenlänge des Grundtones etwa 9 m beträgt, darf die Luftbewegung in der Nähe

des Knotens (1 mm Entfernung von der Dackung) bei diesem Ton als Null angesehen werden, so daß hier nur Druckänderungen, Verdichtungen und Verdünnungen, vorhanden sind, welche periodisch vor sich gehen. Die Amplituden dieser Druckänderungen können mit dem Kundtschen Maximum- und Minimummanometer[1]) oder mit dem Manometer von A. Raps[2]) bestimmt werden. Eine Messung mit dem Kundtschen Maximum- und Minimummanometer, welche an der angegebenen Pfeife bei einem Anblasedruck vom 3 cm Wasser ausgeführt wurde, ergab bei dem Grundton eine maximale Druckänderung von etwa 0,2 cm Wasser. Doch da das Kundtsche Manometer infolge der ihm anhaftenden Trägheit und des nicht vollständigen Abschlusses der Öffnung durch die Membran nicht den vollen Betrag der maximalen Druckänderung anzeigt[3]), darf der angegebene Wert nur als die untere Grenze der Druckänderung angesehen werden. Es herrscht also im Knoten der stehenden Schwingung bei einem Anblasedruck von 3 cm Wasser eine maximale Druckänderung von mindestens 0,2 cm Wasser. Welche maximale adiabatische Temperaturänderung dieser Druckänderung entspricht, läßt sich mit Hilfe der allgemeinen Gasgleichung und der Gleichung einer Adiabate leicht berechnen. Es ergibt sich

$$\delta\theta = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \frac{\theta}{p} \delta p .$$

Es ist, da θ die absolute Temperatur, p den Atmosphärendruck und k das Verhältnis der spezifischen Wärmen der Luft bei konstantem Druck und konstantem Volumen bedeutet, zu setzen

$$\theta = 291^{\circ}\ \text{C.},$$

$$p = 1000\ \text{cm Wasser},$$

$$\varkappa = 1{,}41.$$

Mit $\delta p = 0{,}2$ cm Wasser ergibt die obige Gleichung

$$\delta\theta = 0{,}02^{\circ}\ \text{C.}$$

1) A. Kundt, Pogg. Ann. **134.** p. 563. 1868.
2) A. Raps, Wied. Ann. **36.** p. 274. 1889.
3) V. Dvořák, Pogg. Ann. **150.** p. 410. 1873.

Wir haben also im Knoten unserer Pfeife eine sinusförmig vor sich gehende Temperaturänderung der Luft, deren Amplitude 0,02° C., und deren Periode $^1/_{33}$ Sek. betragen, als vorhanden anzunehmen. Eine Erwärmung oder Abkühlung im Knoten erreicht in $^1/_{132}$ Sek. ihr Maximum und nach Verfluß einer weiteren Zeit von $^1/_{132}$ Sek. sind beide wieder Null geworden; es hält also die adiabatische Temperaturänderung nur etwa $^1/_{100}$ Sek. an und macht den Nachweis der relativ kleinen Temperaturänderung zu einem schwierigen Experiment. Dasselbe kann nach dem oben Gesagten nur gelingen bei Verwendung eines Thermometers von sehr geringer Trägheit und großer Empfindlichkeit. Diesen beiden Ansprüchen dürfte von allen Thermometern das Widerstandsthermometer am ehesten genügen. Wir haben also folgende Versuchsanordnung. In den Knoten an der Dackung unserer Pfeife bringen wir den Metallstreifen unseres Widerstandsthermometers (vgl. unten). Verbindet das Thermometer eine so geringe Trägheit mit einer so großen Empfindlichkeit, daß eine seiner nächsten Umgebung erteilte Temperaturänderung von 0,02° C. innerhalb etwa $^1/_{100}$ Sek. einen merklichen Ausschlag an demselben hervorbringt, so ist zu erwarten, daß das Thermometer eine sinusförmige Temperaturänderung beim Anblasen der Pfeife anzeigt. Es muß also in den folgenden Abschnitten genau untersucht werden, wie ein Widerstandsthermometer beschaffen sein muß, damit es zum Nachweis der adiabatischen Temperaturänderungen verwendet werden kann.

Das Widerstandsthermometer.

Das Widerstandsthermometer beruht auf der Widerstandsänderung eines Metallstreifens durch eine Temperaturänderung. Um die Widerstandsänderung meßbar zu machen, wird der Meßstreifen mit einem möglichst gleichen Streifen in die Wheatstonesche Brücke geschaltet, und die beiden Vergleichswiderstände w_3 und w_4 (Fig. 1) so abgeglichen, daß durch die Brücke AB kein Strom geht. Der bei einer kleinen Änderung des Widerstandes des Meßstreifens entstehende Strom im Galvanometer G wird als Maß der Widerstandsänderung

und damit der Temperaturänderung benutzt. Hat der Meßstreifen den Widerstand w_1, der ihm möglichst gleiche Streifen

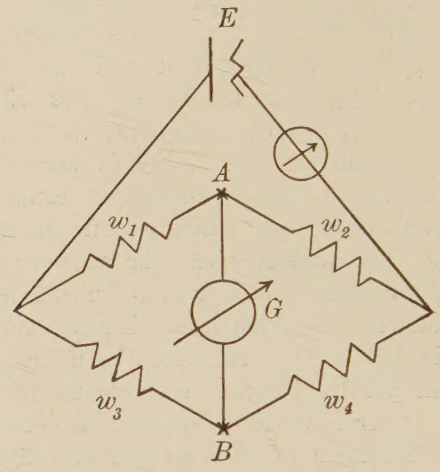

Fig. 1.

den Widerstand w_2, so muß, damit durch die Brücke kein Strom geht, sein

$$w_1 = \lambda w_3,$$

und

$$w_2 = \lambda w_4;$$

ändert sich durch die Temperaturänderung w_1 um δw_1, so daß ist

$$w_1 = \lambda w_3 + \delta w_1,$$

so ergibt sich nach den Kirchhoffschen Sätzen für den Strom i_g durch das Galvanometer

$$i_g = \frac{w_4 \cdot \delta w_1}{w_3 w_4 (1+\lambda)^2 + w_g (1+\lambda)(w_3 + w_4)} \cdot J;$$

dabei bezeichnet J den Strom im unverzweigten Teil. Dividiert man Zähler und Nenner von i_g mit $w_4 w_1$ durch, so wird unter Berücksichtigung von $w_1 = \lambda w_3$

$$(1) \qquad i_g = \frac{\frac{\delta w_1}{w_1} \cdot \lambda}{(1+\lambda)^2 + w_g (1+\lambda)\left(\frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_4}\right)} \cdot J.$$

Da ferner

$$\frac{\delta w_1}{w_1} = \gamma \,.\, \delta\theta$$

ist, wenn man mit γ den Temperaturkoeffizienten des Meßstreifens und mit $\delta\theta$ die dem Streifen erteilte Temperaturänderung bezeichnet, so ergibt sich für den Strom durch das Galvanometer

$$(2) \qquad i_g = \frac{\gamma \,.\, \delta\theta \,.\, \lambda}{(1+\lambda)^2 + w_g(1+\lambda\left(\frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_4}\right)} \,.\, J.$$

damit wird

$$(3) \qquad \delta\theta = \frac{(1+\lambda)^2 + w_g(1+\lambda)\left(\frac{1}{w_3} + \frac{1}{w_4}\right)}{\gamma \,.\, \lambda \,.\, J} \,.\, i_g.$$

Da λ, w_g, w_3, w_3, J, und γ bekannte Konstante der Versuchsanordnung sind, genügt es also zur Bestimmung der Temperaturänderung $\delta\theta$, wenn die Stärke des Brückenstromes gemessen wird. Wie dies ausgeführt wird, wird unten gezeigt werden.

Schaltung der Widerstände in der Wheatstoneschen Anordnung.

Da die Empfindlichkeit des Widerstandsthermometers nicht unwesentlich abhängt von der Wahl der Größen λ, w_3, w_4 und w_g, so ist es nötig zu bestimmen, welche Größen diese Veränderlichen haben müssen, damit die Schaltung möglichst vorteilhaft ist, d. h. damit der Strom durch das Galvanometer bei einer gegebenen relativen Widerstandsänderung von w_1 möglichst groß werde. Da aber, wie sich unten ergeben wird, der Galvanometerwiderstand eine gegebene, feste Größe von etwa 5000 Ohm besitzt, und da ferner, wie oben ausgeführt wurde, w_4 möglichst gleich w_3 sein soll, so kann es sich nur um die Bestimmung von λ und w_3 handeln. Setzt man in (2) $w_4 = w_3$, so wird

$$(4) \qquad i_g = \frac{\gamma \,.\, \delta\theta \,.\, \lambda}{(1+\lambda)^2 + 2\,w_g(1+\lambda)\frac{1}{w_3}} \,.\, J.$$

Diese Gleichung zeigt, daß i_g proportional J ist; es ist deshalb notwendig, daß J möglichst groß gemacht wird. Da aber J

eine bedeutende Erwärmung des Bolometerdrahtes hervorbringt, darf J eine gewisse Stärke nicht überschreiten. Es ist

$$J = \frac{E}{2\,w_1} + \frac{E}{2\,w_3} = \frac{1+\lambda}{2\,\lambda\,w_3}\,.\,E;$$

ferner ist

$$i_1 = \frac{E}{2\,w_1} = \frac{E}{2\,\lambda\,w_3},$$

wo i_1 die Stromstärke im Widerstand w_1 bedeutet. Die Wärmemenge, die in dem Bolometerdraht w_1 durch den Strom i_1 erzeugt wird, ist demnach in Wattsekunden

$$\frac{E^2\,\lambda\,w_3}{4\,\lambda^2\,w_3{}^2} = \frac{E^2}{4\,\lambda\,w_3};$$

ferner ist die Wärmemenge, die der Bolometerwiderstand vermöge der Temperaturdifferenz zwischen ihm und der ihn umgebenden Luft an letztere abgibt, gleich

$$\pi\,d\,l\,h\,\theta_1,$$

wobei d und l die Dicke bzw. Länge und h das äußere Wärmeleitungsvermögen des Bolometerdrahtes bedeuten; ferner ist dabei θ_1 die Temperaturdifferenz zwischen dem Draht und der ihn umgebenden Luft. Zufolge des stationären Zustandes, der sich sehr bald einstellt, müssen beide Wärmemengen, die in dem Draht durch den Strom erzeugte und die an die Luft abgegebene, einander gleich sein; es ist also

$$\frac{E^2}{4\,\lambda\,w_3} = \pi\,d\,l\,h\,\theta_1,$$

und da

$$\lambda\,w_3 = \frac{4\,\lambda\,\varkappa}{\pi\,d^2}$$

ist, wobei $\varkappa$ der spezifische Widerstand des Bolometermetalles, so ergibt sich

$$\frac{E^2}{4\,\lambda\,.\,w_3} = \frac{d^3\,\pi^2\,\theta_1\,h\,\lambda\,w_3}{4\,\varkappa},$$

$$E^2 = \frac{d^3\,\pi\,t\,h\,\lambda^2\,w_3{}^2}{\varkappa},$$

$$E = \lambda\,w_3\sqrt{\frac{d^3\,\pi^2\,\theta_1\,h}{\varkappa}}\,.$$

Damit wird

$$J = \frac{\sqrt{\frac{d^3\,\pi^2\,\theta_1\,h}{\varkappa}}}{2}(1+\lambda),$$

und

$$(5) \qquad i_g = \frac{\gamma\, dt\, \lambda \sqrt{\frac{d^3 \pi^2 \theta_1 h}{4 \varkappa}}}{1 + \lambda + \frac{2 w_g}{w_3}} .$$

Da, wie unten gezeigt wird, über die Dicke des Bolometerdrahtes nicht verfügt werden kann, so ist in Gleichung (5) außer den Größen γ, dt, π, t, h, $\varkappa$ und w_g auch d als Konstante bei der Bestimmung einer möglichst günstigen Schaltung anzusehen. Wird

$$\gamma\, dt \sqrt{\frac{d^3 \pi^2 \theta h}{4 \varkappa}}$$

mit a bezeichnet, so ist

$$i_g = \frac{a \lambda}{1 + \lambda + \frac{2 w_g}{w_3}} .$$

Die Gleichung zeigt, daß bei positiven Werten von λ und w_3 die Stromstärke i_g am größten wird für $\lambda = \infty$ und $w_3 = \infty$; diese Werte sind aber praktisch nicht zu verwenden. Da w_g sehr groß ist (vgl. unten), ist es nicht möglich, w_3 größer als w_g zu machen; es wurde deshalb w_3 etwa gleich w_g genommen. Aus denselben Gründen erhielt λ etwa den Wert 1.

Die dem Widerstandsthermometer anhaftende Trägheit hat zwei Ursachen. Sie rührt erstens daher, daß der Bolometerdraht eine gewisse Zeit braucht, um die Temperatur der Umgebung anzunehmen; diese Zeit wird ohne Frage um so kleiner, je dünner der Draht ist. Zweitens rührt sie daher, daß das benutzte Galvanometer Zeit braucht, um den dem Strom entsprechenden Ausschlag anzunehmen. Als Galvanometer konnte nur das Einthovensche Saitengalvanometer infolge seiner für unseren Versuch sehr vorteilhaften Eigenschaften in Betracht kommen.

Einthovensches Saitengalvanometer.

Das Einthovensche Saitengalvanometer besteht aus einem starken Elektromagneten, zwischen dessen Polen ein dünner versilberter Quarzfaden gespannt ist. Durch den Quarzfaden wird der zu messende Strom geschickt, wodurch der Faden in dem Magnetfeld nach dem Biot-Savartschen Gesetz nach

der einen oder anderen Seite abgelenkt wird, je nachdem der Strom den Faden in der einen oder anderen Richtung durchfließt. Die Stellung des Fadens wird mit einem Mikroskop beobachtet oder durch Projektion auf einen Schirm erhalten. Um Bewegungen des Fadens, wie sie z. B. durch einen Wechselstrom hervorgebracht werden, zu untersuchen, dient ein dem Galvanometer von Edelmann beigegebener Registrierapparat. Derselbe besteht im wesentlichen aus einer zylindrischen, lichtdichten Hülle, in welcher sich bei der okularen Beobachtung ein Rad mit Zylinderlinsen, bei der photographischen Aufnahme eine Trommel mit konstanter Geschwindigkeit dreht, und einem horizontalen Schlitz, durch den gewissermaßen nur ein Punkt von dem Faden ausgeschnitten wird. Das Zylinderrad zieht nach Art eines rotierenden Spiegels den in horizontaler Richtung sich bewegenden Punkt zu einem Linienzug auseinander. Die Trommel dient zum Befestigen des lichtempfindlichen Papiers. Ein vor dem Schlitz sich drehendes Speichenrad entwirft auf dem Papier die Zeitmarken.

Die Empfindlichkeit des Einthovenschen Saitengalvanometers für Gleichstrom kann bis $4 . 10^{-12}$ gesteigert werden. Die Einstellung erfolgt aperiodisch. Durch stärkeres Spannen des Quarzfadens kann die Einstellungsdauer verringert werden; Hand in Hand damit wird aber auch die Empfindlichkeit eine kleinere. Während bei einer Empfindlichkeit von $4 . 10^{-12}$ Amp. die Einstellungsdauer etwa 5—6 Sek. beträgt, ist dieselbe bei einer Empfindlichkeit von 10^{-8} Amp. so klein, daß man auch bei größeren Ausschlägen nur die Anfangs- und Endstellung des Quarzfadens okular zu beobachten imstande ist, nicht aber dazwischenliegende Lagen, wenn man einen Strom plötzlich ein- oder ausschaltet. Nach W. Einthoven[1]) findet bei einer Saitenspannung, wobei ein Ausschlag von 1 mm durch einen Strom von 10^{-7} Amp. hervorgerufen wird, eine ganze Schwingung in $t = 0{,}004$ Sek. statt.

Um das Galvanometer möglichst geeignet für den Bolometerversuch zu machen, ist es notwendig, seine Empfindlichkeit für einen sinusförmigen Wechselstrom von 33,5 Perioden möglichst groß zu machen. Da diese Wechselstromempfindlich-

1) W. Einthoven, Ann. d. Phys. 12. p. 1071. 1903.

keit sowohl abhängt von der Spannung des Quarzfadens wie auch von der Stärke des Magnetfeldes, so müssen diese beiden Größen so gewählt werden, daß die Empfindlichkeit einen maximalen Wert erhält. Die richtige Spannung des Quarzfadens wird folgendermaßen erhalten. Man erzeugt durch die Luftschwingungen der gedackten Orgelpfeife, die bei dem Bolometerversuch verwendet wird, in einem Telephon einen Wechselstrom, welchen man durch das Galvanometer leitet. Dieser Wechselstrom besitzt genau so viele Perioden als die Tonhöhe beim Grundton der Pfeife beträgt und ist sinusförmig, da der Ton der Pfeife ein reiner Ton und das benützte Telephon weit von Resonanz entfernt ist. Wird die Pfeife mit konstantem Anblasedruck angeblasen, so läßt sich durch allmähliches Verändern der Spannung an dem Quarzfaden eine solche Spannung anbringen, daß die Empfindlichkeit des Galvanometers für einen sinusförmigen Wechselstrom von 33,5 Perioden und dem vorhandenen Magnetfeld ein Maximum ist; wird die eben beschriebene Bestimmung der Spannung des Quarzfadens für verschiedene Stärken des Magnetfeldes ausgeführt, so muß bei einer gewissen Stärke des Magnetfeldes die erhaltene Empfindlichkeit des Galvanometers ihren größtmöglichen Wert erreichen. Da aber der magnetisierende Strom höchstens 4 bis 5 Amp. erreichen darf und die Empfindlichkeit des Galvanometers bei einer Steigerung des etwa 4 Amp. starken Stroms nur unwesentlich zunimmt, so wurde als magnetisierender Strom 4 Amp. genommen und dem Faden eine solche Spannung gegeben, daß das Galvanometer bei diesem Magnetfeld möglichst empfindlich war.

Die Empfindlichkeit des so eingestellten Galvanometers wird auf folgende Weise bestimmt. Mit einer Wechselstrommaschine E, die möglichst reinen Sinusstrom liefert, wird ein Strom von etwa 30 Perioden erzeugt und durch einen induktionsfreien Widerstand A und ein Hitzdrahttemperameter B geschickt (Fig. 2). Da das Saitengalvanometer nur einen Strom von $4 . 10^{-5}$ Amp. erträgt, wird durch Abzweigung zwischen den Punkten C und D eine solche Spannung hergestellt, daß das Galvanometer Amplituden von einigen Millimetern zeigt. Der Widerstand A hatte 18 Ω, BD 1000 Ω und CD 1—4 Ω. Da der Galvanometerwiderstand bekannt ist, und die effektive

Stromstärke im unverzweigten Teil der Leitung durch das Hitzdrahttemperameter B angezeigt wird, so läßt sich die effektive Stromstärke im Galvanometer G und damit die maximale Stromstärke in G, deren wir später bedürfen, berechnen. Ist

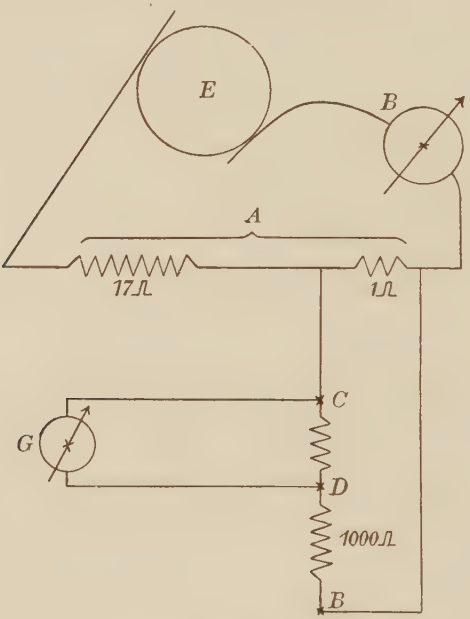

Fig. 2.

die effektive Stromstärke i, so ist die maximale Stromstärke $i\sqrt{2}$. Auf diese Weise bestimmte sich die Empfindlichkeit des Galvanometers, d. h. der Strom, der eine Amplitude von 1 mm hervorbringt, zu folgenden Werten.

Empfindlichkeit		Zahl der Perioden
$1{,}23 \cdot 10^{-8}$ Amp.	bei	24,3
$1{,}71 \cdot 10^{-8}$ „	„	33,3
$2{,}2 \cdot 10^{-8}$ „	„	44,2

Die Empfindlichkeit des Galvanometers bei 33,5 Perioden ergibt sich hieraus durch Interpolation zu $1{,}72 \cdot 10^{-8}$ Amp.

Silberbolometer.

Da das Bolometermetall möglichst dünn sein soll und das beim Bolometerversuch verwendete Galvanometer einen dünnen Quarzfaden mit einer sehr dünnen Silberschicht besitzt, so lag der Gedanke nahe, die dünne Silberschicht eines versilberten Quarzfadens als Bolometer zu verwenden. Die kleine Menge Quarz, die mit dem Silber fest verbunden ist, würde deshalb nicht sehr störend sein, da Quarz die Wärme erheblich schlechter leitet als Silber. Bei den von mir hergestellten versilberten Quarzfäden war die Dicke des ganzen Fadens etwa $\frac{1}{2}\,\mu$, die Dicke der Silberschicht etwa $\frac{1}{6}\,\mu$. Da die Temperaturleitfähigkeit des Silbers groß ist, ist es sehr wahrscheinlich, daß die dünne Silberschicht eines versilberten Quarzfadens die Temperaturänderung der angrenzenden Luft in der kurzen Zeit, in welcher eine halbe Schwingung in der Pfeife vor sich geht, zu einem erheblichen Teil annimmt. Bringt man einen versilberten Quarzfaden von 2 cm Länge und einem Widerstand von etwa 5000 Ω als Bolometer in den Knoten der Pfeife und belastet ihn mit $4 \cdot 10^{-5}$ Amp., dem stärksten Strom, den seine Silberschicht erträgt, so ist auch bei starkem Anblasedruck keine Bewegung des Galvanometerfadens zu bemerken. Da das Galvanometer nach p. 12 eine Empfindlichkeit von $1{,}72 \cdot 10^{-8}$ Amp. besitzt, kann, wenn durch das Galvanometer überhaupt ein Wechselstrom ging, derselbe höchstens eine Stärke von 10^{-9} Amp. haben; eine Bewegung des Quarzfadens von $\frac{1}{10}$ Skt. würde gerade noch bemerkbar sein.

Um zu erfahren, warum das Galvanometer keinen Wechselstrom anzeigte, war es nötig, den Temperaturkoeffizienten des Bolometerdrahtes zu bestimmen. Er betrug etwa 0,0003 und war also annähernd 10 mal kleiner als bei gewöhnlichem Silber. Eine genaue Bestimmung von γ ist wegen der hygroskopischen Natur des auf dem Quarzfaden befindlichen Silbers nicht möglich. Bei dem Versuch war in Fig. 1:

$$\begin{aligned} w_3 &= 5000\,, \\ w_4 &= 5500\,, \\ \lambda &= 1\quad\,, \\ w_g &= 5300\,, \\ J &= 8 \cdot 10^{-4}\,. \end{aligned}$$

Mit $\gamma = 0{,}0003$ und $\delta\theta = 0{,}02^0$ C. ergibt Gleichung (2)

$$i_g = 1{,}18 \cdot 10^{-10} \text{ Amp.}$$

Da die Empfindlichkeit des Galvanometers nur $1{,}72 \cdot 10^{-8}$ Amp. beträgt, ist es erklärlich, daß das Galvanometer keinen Strom anzeigte. Auch wenn der Bolometerdraht die ganze Temperaturveränderung annimmt, ist der durch das Galvanometer gehende Sinusstrom doch so schwach, daß er Amplituden von nur $^1/_{150}$ Skt. hervorbringt und deshalb der Beobachtung völlig entgeht.

Es ist, da über λ und w_3 schon verfügt wurde, nach Gleichung (4) bei gegebener Temperaturänderung des Bolometerdrahtes eine Änderung der Intensität des Brückenstromes nur dadurch möglich, daß man die Stärke des Batteriestromes ändert. Eine Steigerung des durch das Saitengalvanometer gehenden Stromes kann also nur erreicht werden durch Verwendung eines stärkeren Batteriestromes.

Wollastondrahtbolometer.

Um einen stärkeren Batteriestrom anwenden zu können, wurde der Versuch nun mit einem Flächenbolometer probiert, das aus einer außerordentlich dünn auf einer Glastafel niedergeschlagenen Silberschicht von etwa 5 cm Länge und 1 cm Breite bestand. Der Widerstand eines solchen Flächenbolometers beträgt etwa 5000 Ω. Der Versuch mußte aber bald aufgegeben werden, da dieses Silber noch mehr hyproskopisch ist als das auf dem Quarzfaden niedergeschlagene. Durch die dadurch hervorgerufenen Widerstandsänderungen würde durch das Galvanometer ein Strom von solcher Intensität gehen, daß dasselbe sofort zerstört würde. Ein anderes Metall, das ebenfalls auf chemischem Wege auf einem Glasstab oder einer Glasplatte niedergeschlagen wird, würde auch hygroskopisch sein und sich deshalb zu einem Bolometer nicht eignen. Man ist also genötigt, dünnen Metalldraht oder dünnes Metallblech zu verwenden, welche auf mechanischem Wege hergestellt wurden. Es kommt vor allem Wollastondraht und Goldblatt in Betracht. Da aber Platin viel schwerer schmelzbar ist als Gold, und es sich mit Wollastondraht leichter arbeiten läßt

als mit Goldblatt, wurde der Versuch nun mit Wollastondraht probiert.

Es wurde Wollastondraht von etwa 5 cm Länge und 0,001 cm Dicke verwendet. Der Widerstand eines solchen Drahtes betrug etwa 5000 Ω. Bei diesem Bolometer war es nun möglich, einen viel stärkeren Batteriestrom zu nehmen als bei dem Quarzfadenbolometer. Da aber die beiden Bolometerzweige in ihren Eigenschaften nicht vollkommen gleich gemacht werden können (die Länge der beiden Drähte kommt nicht in Betracht), so war es ziemlich schwierig, den Vergleichswiderstand w_3 bei Steigerung der Batteriespannung so zu regulieren, daß der Galvanometerfaden im Gesichtsfelde blieb. Die Vergrößerung der Batteriespannung erfolgte anfänglich von 2 zu 2 Volts und konnte bei größter Vorsicht auf 70 Volts gebracht werden. Dies war die höchste zulässige Spannung; bei höherer Spannung wurde nämlich das Galvanometer unruhig. Da die Einstellung des Galvanometers auf Stromlosigkeit auch bei geringer Änderung der Zimmertemperatur sich stark änderte und deshalb öfters gemacht werden mußte, so wurde dieselbe später einfacher auf folgende Weise gemacht. Das Galvanometer wurde vorerst nicht direkt mit den Punkten A und B (Fig. 1) verbunden, sondern man brachte zwischen A und B einen Widerstand von etwa 1000 Ω und zweigte von 1 Ohm dieses Widerstandes nach dem Galvanometer ab. Legte man nun 70 Volts als Batterie vor, so ließ sich, da der Galvanometerfaden nur einen sehr schwachen Strom erhielt, das Galvanometer leicht annähernd auf Stromlosigkeit einstellen. Wurde jetzt das Galvanometer direkt an die Punkte A und B gelegt, so blieb der Faden im Gesichtsfeld und das Galvanometer konnte leicht stromlos gemacht werden.

Erzeugte man nun bei der vorgelegten Spannung von 70 Volts in der Orgelpfeife stehende Schwingungen, so zeigte das Galvanometer bei dem Grundton Amplituden von etwa 1 mm, bei dem ersten Oberton von etwa 4 mm und bei dem zweiten Oberton von etwa 3 mm. Der Anblasedruck war dabei bzw. 3 cm, 12 cm und 17 cm Wasser. Die Fig. 3, 4 und 5 sind photographische Aufnahmen bei den genannten Tonhöhen und Anblasedrucken; sie sind bei derselben Umdrehungsgeschwindigkeit der Trommel hergestellt und besitzen per

Zentimeter Schwingungen, die sich ihrer Anzahl nach verhalten wie die Zahlen 1, 3 und 5, d. h. wie die Tonhöhen des Grundtons, des ersten und zweiten Obertons der gedackten Pfeife. Die parallelen Linien, welche leider mit unserem Registrierapparat, der einen kleinen Konstruktionsfehler besitzt, nicht zugleich mit den Stromkurven scharf auf dem Film zu erhalten

Fig. 3.

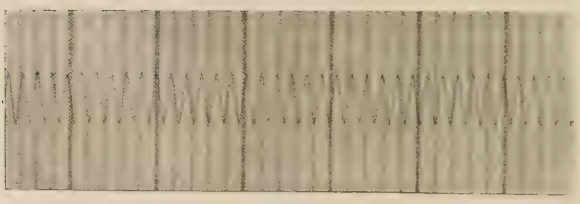

Fig. 4.

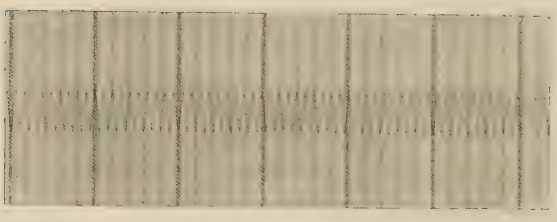

Fig. 5.

waren, sind die Zeitmarken. Es bedeutet in den Figg. 3, 4 und 5 der Abstand zwischen zwei parallelen Linien 0,012 Sek., womit sich für den Grundton die Tonhöhe zu $n_1 = 33{,}5$, für den ersten Oberton zu $n_2 = 100{,}5$ und für den zweiten Oberton zu $n_3 = 167{,}5$ ergibt. Die mit Hilfe dieser prinzipiell neuen Methode der Bestimmung der Tonhöhen erhaltenen Größen stimmen mit den aus der Länge der Pfeife, $l = 2{,}35$ m, und

der Schallgeschwindigkeit in Luft sich ergebenden Tonhöhen nur angenähert überein; für unsere gedackte Pfeife berechnet sich mit Hilfe ihrer Länge und der Schallgeschwindigkeit des Grundtons zu $n_1 = 36{,}2$. Es wird also hiermit die bekannte Tatsache bestätigt, daß die Töne einer gedackten Pfeife viel tiefer sind als ihrer Länge entspricht.

Da die Amplituden des Grundtons klein sind, wurden von demselben auch photographische Aufnahmen mit einem Doppelbolometer gemacht (Fig. 6): dabei bestanden die Widerstände

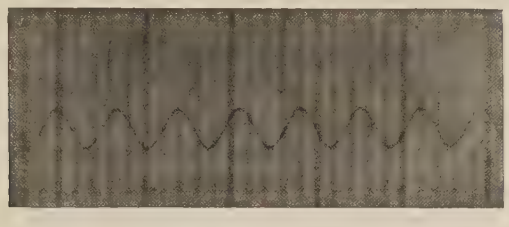

Fig. 6.

w_1 und w_4 aus Bolometerdrähten, die sich beide im Knoten befanden und den Temperaturänderungen folgten. Die Widerstände w_2 und w_3 waren Kastenwiderstände.

Wird der vom Galvanometer angezeigte Wechselstrom durch die adiabatischen Temperaturänderungen erzeugt?

Daß der von dem Galvanometer angezeigte sinusförmige Wechselstrom durch die adiabatischen Temperaturänderungen und nicht durch andere Ursachen erzeugt wird, muß noch nachgewiesen werden. Außer den adiabatischen Temperaturänderungen kommen noch zwei Möglichkeiten in Betracht. Die erste derselben besteht in einer Induktionswirkung, die dadurch hervorgebracht wird, daß der Bolometerdraht im Erdfeld Schwingungen ausführt. Die zweite Möglichkeit besteht in folgendem. Da der Bolometerdraht sich auf einer hohen Temperatur befindet (s. unten) und deshalb gegen Luftbewegung sehr empfindlich ist, könnte eine im Knoten vorhandene periodische Luftbewegung, welche durch die Schwingungen der Luft in der Pfeife erzeugt wird, den durch das Galvanometer

fließenden Strom hervorbringen. Daß diese beiden Möglichkeiten nicht in Betracht kommen, läßt sich leicht zeigen. Würde nämlich der Galvanometerstrom i_g durch Induktion entstehen, so müßte seine Intensität unabhängig von der Stromstärke J im unverzweigten Teil der Wheatstoneschen Drahtkombination sein; tatsächlich ist aber i_g proportional J, womit nachgewiesen ist, daß es sich um keinen Induktionsstrom handelt. Wie ist es aber mit der zweiten Möglichkeit? Nimmt man an, in dem Knoten (in nächster Nähe der Deckung) herrsche eine kleine periodische Luftbewegung, so muß dieselbe für verschiedene Entfernungen von der Deckung verschiedene Werte besitzen. Bringt man also den Bolometerdraht in eine Entfernung von 1 bzw. 10 mm von der Deckung, so muß die Stärke des Galvanometerstromes in beiden Fällen eine wesentlich verschiedene sein. Dies ist nicht der Fall; auch zeigt das Bolometer in horizontaler und vertikaler Lage dasselbe an. Die beiden angeführten Möglichkeiten der Entstehung des Galvanometerstromes dürften also nach den obigen Ausführungen bei unserem Bolometerversuch nicht vorhanden sein. Damit ist natürlich nicht mit Sicherheit nachgewiesen, daß der Galvanometerstrom durch die adiabatischen Temperaturänderungen erzeugt wird.

Erst die folgenden Untersuchungen liefern einen exakten Beweis dafür. Dieselben gehen von der Tatsache aus, daß das Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen für verschiedene Gase verschiedene Werte besitzt. Da die adiabatischen Temperaturänderungen und die Druckänderungen im Knoten der Pfeife verbunden sind durch die Gleichung

$$\delta\theta = \frac{\varkappa - 1}{\varkappa} \frac{\theta}{p} \delta p ,$$

so müssen sich, wenn sich z. B. das eine Mal Luft und das andere Mal Kohlensäure im Knoten derselben stehenden Schwingung befindet, bei demselben Anblasedruck der Pfeife die Amplituden der Temperaturänderungen zueinander verhalten wie

$$\left(\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\right)_{\text{Luft}} : \left(\frac{\varkappa - 1}{\varkappa}\right)_{\text{Kohlensäure}} .$$

Da das Verhältnis der spezifischen Wärmen bei konstantem Druck und konstantem Volumen für Luft $\varkappa = 1{,}41$ und für

Kohlensäure $\varkappa = 1{,}31$ ist, ergibt sich für das Verhältnis der Temperaturänderungen 1,23 : 1.

Die Anordnung des Versuches war folgende. Der Bolometerdraht (hier wurde der Einfachheit halber nur ein Bolometerdraht in der Wheatstoneschen Anordnung verwendet) wurde in ein etwa 7 cm hohes Becherglas gebracht, welches einen Durchmesser von etwa 4 cm besaß. Die Öffnung des Becherglases wurde durch eine sehr dünne, ungespannte Gummimembran möglichst luftdicht abgeschlossen. Zwei Röhren aus Glas dienten zum Einfüllen des zu verwendenden Gases in das Becherglas; da Luft, Kohlensäure und Sauerstoff verwendet wurden, war dasselbe vermöge der Verschiedenheit der spezifischen Gewichte leicht zu machen. Wurde nun das Becherglas auf der vorderen Seite der Dackung so aufgesetzt, daß die Gummimembran der Mundöffnung der Pfeife zugekehrt war und erzeugte man in der Pfeife Luftschwingungen, so waren infolge der Trägheit der Membran die Druckänderungen in dem freien Knoten größer als die in dem Becherglas. Bei dem zweiten Oberton, welcher hier benutzt wurde, verhielten sich diese Druckänderungen ungefähr wie 2 : 1. Da die Membran nur lose gespannt war, sprach sie auf dieselben Druckänderungen immer gleich an. Das wurde dadurch untersucht, daß man bei demselben Anblasedruck einige photographische Aufnahmen des Galvanometerstromes machte. Die Amplituden dieser Stromkurven stimmten bis auf 5 Proz. überein. Es wurden deshalb bei demselben Anblasedruck die adiabatischen Temperaturänderungen in dem Becherglas, die sich für Luft und Kohlensäure ergaben, bestimmt.

1. Bei Luft war in der Wheatstoneschen Drahtkombination (Fig. 1):

$$w_2 = 7081\ \Omega,$$
$$w_3 = 7000\ \Omega,$$
$$w_4 = 7000\ \Omega.$$

Bei einer Batteriespannung von etwa 50 Volts betrug der Batteriestrom $J = 0{,}0063$ Amp. Es ergaben sich dabei am Galvanometer bei einem Anblasedruck von 15 cm Wasser Amplituden von 2,50 mm. Bezeichnet man mit a die Empfindlichkeit des Galvanometers bei 167,5 Perioden, so entspricht

diesen Amplituden ein Strom von der maximalen Stärke $2{,}50 \,.\, a$ Amp. Damit und mit Hilfe des Temperaturkoeffizienten, welcher sich zu 0,00138 bestimmte (s. unten), erhielt man aus Gleichung (3)

$$\delta\theta = 2 \,.\, 10^6 \,.\, a^0 \text{ C.}$$

2. Bei Kohlensäure war in der Wheatstoneschen Drahtkombination (Fig. 1)

$$w_2 = 7324\ \Omega,$$
$$w_3 = 7000\ \Omega,$$
$$w_4 = 7000\ \Omega,$$

Die Batteriestärke war dieselbe wie bei Luft; der Strom im unverzweigten Teil betrug $J = 0{,}0062$ Amp. Bei einem Anblasedruck von 15 cm Wasser ergaben sich Amplituden von 1,50 mm, womit sich für die Maximalstromstärke von i_g der Wert $1{,}5 \,.\, a$ Amp. berechnete. Da sich der Temperaturkoeffizient zu 0,00107 bestimmte, so ergab sich für die adiabatische Temperaturveränderung der Wert

$$\delta\theta = 1{,}58 \,.\, 10^6 \,.\, a^0 \text{ C.}$$

Die adiabatischen Temperaturänderungen, welche man für Luft und Kohlensäure bekommt, stehen also im Verhältnis 1,26 : 1 zueinander. Dieses Verhältnis stimmt mit dem oben mit Hilfe der spezifischen Wärmen berechneten Verhältnis bis auf weniger als 3 Proz. überein. Dasselbe ergab sich für Sauerstoff und Kohlensäure. Für andere Gase denselben Versuch noch auszuführen, durfte als überflüssig angesehen werden, da die Übereinstimmung der Verhältnisse, die sich durch die Amplituden der Galvanometerströme einerseits und die spezifischen Wärmen andererseits ergaben, sehr gut war. Durch diesen Versuch ist exakt nachgewiesen, daß der Galvanometerstrom durch die adiabatischen Temperaturänderungen hervorgebracht wird.

Mit dem oben beschriebenen Versuch ist eine neue, sehr geeignete Methode zur Bestimmung von c_p/c_v für Gase gefunden. Sie wird folgendermaßen ausgeführt. Man bringt in ein möglichst niederes Gefäß von großem Querschnitt den Draht des Widerstandsthermometers, schließt das Gefäß oben durch eine möglichst dünne Membran (eventuell dünnes Glas)

ab und setzt dasselbe so in die Dackung einer langen Orgelpfeife ein, daß die Membran der Mundöffnung der Pfeife zugekehrt ist. Bringt man nun die Pfeife durch einen konstanten Anblasedruck zum Tönen und mißt man die Amplituden, die das Widerstandsthermometer angibt für den Fall, daß das eine Mal Luft und das andere Mal das zu untersuchende Gas in dem Gefäß vorhanden ist, so läßt sich das Verhältnis der spezifischen Wärmen des Gases aus den beiden Beobachtungen sofort berechnen, wenn man das Verhältnis der spezifischen Wärmen für Luft als gegeben ansieht. Unsere Methode zeichnet sich gegenüber den alten Methoden vor allem dadurch aus, daß nur wenige Kubikzentimeter Gas zu dem Versuch benötigt werden. Dabei ist die Genauigkeit eine sehr schöne. Leider war es mir infolge Zeitmangels nicht möglich, $\varkappa$ für einige seltene Gase zu bestimmen.

Eichung des Saitengalvanometers für einen sinusförmigen Wechselstrom von 100,5 Perioden.

Es ist noch die wichtige Frage zu entscheiden, ob das Bolometer die ganze Temperaturänderung, die im Knoten vorhanden ist, angibt oder nicht. Da das Galvanometer für sinusförmigen Wechselstrom der Periodenzahl, wie sie die Pfeife besitzt, geeicht ist, muß der von dem Galvanometer angezeigte und der durch das Galvanometer fließende Strom einander gleich sein. Wird also nur ein Teil der adiabatischen Temperaturänderung durch das Bolometer angezeigt, so kann es nur daher rühren, daß der Bolometerdraht vermöge seiner Masse die Temperaturänderung seiner Umgebung nur zum Teil in der kurzen Zeit ihres Bestehens annimmt. Hätte der Bolometerdraht die dicke Null, also eine unendlich kleine Masse, so müßte er die Temperatur der ihn umgebenden Luft in unendlich kurzer Zeit annehmen; mit anderen Worten, der Unterschied zwischen dem von dem Bolometer angezeigten und dem in dem Knoten vorhandenen Wert der adiabatischen Temperaturänderung ist eine Funktion der Dicke des Bolometerdrahtes. Folgender Schluß ist deshalb richtig: Zeigen zwei Linearbolometer von verschiedener Dicke in demselben Knoten der gleichen stehenden Schwingung dieselbe adiabati-

sche Temperaturänderung an, so zeigt jedes der beiden Bolometer die ganze Temperaturänderung an.

Da eine gewöhnliche Wechselstrommaschine keinen reinen Sinusstrom liefert, es aber für die folgende Messung von Wichtigkeit ist, daß das Galvanometer für reinen Sinusstrom geeicht ist, wurde die Eichung des Galvanometers mit einem eigens für diesen Zweck in der Werkstatt des physikalischen Instituts Tübingen hergestellten Motor mit eisenfreiem Induktor gemacht; derselbe lieferte reinen Sinusstrom. Die Eichung geschah in derselben Weise, wie sie oben für eine gewöhnliche Wechselstrommaschine beschrieben ist, wurde aber nicht für den Grundton der Pfeife, sondern für ihren ersten Oberton ausgeführt. Es erschien dies aus folgenden Gründen angezeigt.

1. Die Pfeife schlug schon bei einem Anblasedruck von 4 cm Wasser in den ersten Oberton über, so daß sich nur ein schwacher Grundton ergab. Derselbe brachte einen Galvanometerstrom hervor, dessen Amplituden nur 1 mm erreichten (s. oben), während der erste Oberton solche von 4 mm besaß.

2. Der Strom, welchen der Sinusstrommotor bei 33 Perioden lieferte, hatte eine zu geringe Intensität, als daß er mit dem unempfindlichen Hitzdrahtamperemeter, das zur Verfügung stand, gemessen werden konnte. Bei 100 Perioden ließ sich dagegen die Messung mit dem genannten Hitzdrahtamperemeter leicht ausführen.

3. Ergibt der Versuch, daß das Bolometer bei dem ersten Oberton die ganze Temperaturänderung anzeigt, so hat man damit auch nachgewiesen, daß das Bolometer bei jeder Periodenzahl, welche kleiner ist als 100, also auch bei dem Grundton, die ganze Temperaturänderung angibt.

Da bei dem ersten Oberton zwei Knoten vorhanden sind, so fragt es sich, in welchen der beiden der Bolometerdraht am zweckmäßigsten gebracht wird. In dem Knoten, welcher sich in einer Entfernung von etwa 80 cm von der Mundöffnung befindet, besitzen die nicht völlig zu vermeidenden, anderen harmonischen Obertöne und der Grundton keinen Knoten. Da der Bolometerdraht sehr heiß und deshalb gegen Luftbewegung sehr empfindlich ist, würden die genannten harmonischen Obertöne und der Grundton störend auf das Bolometer wirken. An

der Dackung besitzen aber alle in der Pfeife vorhandenen Schwingungen einen Knoten; es ist also notwendig, daß der Bolometerdraht in den Knoten an der Dackung gebracht wird.

Es war nicht möglich, dem bei der Eichung verwendeten Sinusstrommotor genau 100,5 Perioden zu geben; es wurden deshalb einige photographische Aufnahmen des Stromes bei etwa 100 Perioden gemacht, und hieraus durch Interpolation die Empfindlichkeit des Galvanometers bei 100,5 Perioden berechnet. Der durch das Saitengalvanometer gehende Strom war so gewählt, daß sich Amplituden von einigen Millimetern ergaben. Zugleich wurde es, um zu untersuchen, ob Proportionalität zwischen Stromstärke und Amplitude bei derselben Periodenzahl vorhanden war, ermöglicht, zwei Aufnahmen bei verschiedener Amplitude und derselben Periodenzahl zu machen. Dabei war es nötig, daß man während der photographischen Aufnahme zwischen den Punkten C und D (Fig. 2) durch andere Stöpselung den Widerstand plötzlich änderte. Es wurden folgende Aufnahmen erhalten.

	Periodenzahl	Ohm in CD	Stromstärke im Amperemeter	Stromstärke im Galvanometer	Amplitude	Empfindlichkeit
1.	96	4	0,50 Amp.	$1{,}99 \cdot 10^{-7}$ Amp.	5,77 mm	$0{,}345 \cdot 10^{-7}$ Amp.
2.		5		$2{,}48 \cdot 10^{-7}$ „	7,22 „	$0{,}345 \cdot 10^{-7}$ „
3.	98	5	0,50 „	$2{,}49 \cdot 10^{-7}$ „	7,10 „	$0{,}350 \cdot 10^{-7}$ „
4.		6		$2{,}98 \cdot 10^{-7}$ „	8,42 „	$0{,}354 \cdot 10^{-7}$ „
5.	105	4	0,54 „	$2{,}15 \cdot 10^{-7}$ „	5,82 „	$0{,}369 \cdot 10^{-7}$ „
6.		5		$2{,}68 \cdot 10^{-7}$ „	7,33 „	$0{,}366 \cdot 10^{-7}$ „
7.	106	5	0.53 „	$2{,}63 \cdot 10^{-7}$ „	7,11 „	$0{,}370 \cdot 10^{-7}$ „
8.		6		$3{,}16 \cdot 10^{-7}$ „	8,58 „	$0{,}368 \cdot 10^{-7}$ „

Die Aufnahmen je 1. und 2., 3. und 4., 5. und 6., 7. und 8. wurden zugleich gemacht. Bei zwei zusammengehörigen Aufnahmen unterscheiden sich die Widerstände in CD und damit die Stromstärken und Amplituden des durch das Galvanometer fließenden Stromes, während die Periodenzahl dieselbe ist. Berechnet man für jede der acht Aufnahmen die Empfindlichkeit des Galvanometers, d. h. die effektive Stromstärke,

welche Amplituden von 1 mm hervorbringt, so erhält man die Werte in der mit „Empfindlichkeit“ überschriebenen Spalte. Dieselbe zeigt, daß bei derselben Periodenzahl und verschiedener Stromstärke der Empfindlichkeit des Galvanometers bis auf 2 Proz. dieselbe ist. Wahrscheinlich ist der Fehler von 2 Proz. ein Beobachtungsfehler; bei dem Ausmessen der Amplituden der Sinuslinien ist nämlich eine größere Genauigkeit als bis zu 2 Proz. nicht mit Sicherheit zu erreichen. Es darf also angenommen werden, daß zwischen Stromstärke und Amplitude der erhaltenen Sinuslinie Proportionalität besteht.

Aus der Empfindlichkeit des Galvanometers bei der Periodenzahl $n = 96$, 98 und 105 berechnet sich durch Interpolation die Empfindlichkeit für 100,5 zu $0{,}359 \cdot 10^{-7}$ Amp. Dieser Wert gibt die effektive Stromstärke des Stromes an, der Amplituden von 1 mm hervorbringt. Die ihr entsprechende maximale Stromstärke beträgt $0{,}506 \cdot 10^{-7}$ Amp. Damit ergibt sich für die bei dem bolometrischen Versuch erhaltene Amplitude von 4,3 mm ein Strom, dessen maximale Stärke $2{,}17 \cdot 10^{-7}$ Amp. beträgt.

Absolute Größe der adiabatischen Temperaturänderung.

Zur Bestimmung der adiabatischen Temperaturänderung mit Hilfe der Gleichung (3) ist noch die Kenntnis des Temperaturkoeffizienten γ nötig. Da, wie oben ausgeführt wurde, der Bolometerdraht durch den ihn durchfließenden Strom stark erwärmt wird, und der Temperaturkoeffizient sich mit der Temperatur ändert, so ist es nötig, den Temperaturkoeffizienten bei der Temperatur des Bolometerdrahtes zu bestimmen, welche derselbe bei dem Versuch hatte. Die untere Grenze dieser Temperatur berechnet sich aus der Widerstandsänderung zu etwa 150° C.

Es kann sich deshalb bei dem Bolometerversuch nicht darum handeln, daß der Draht die Temperatur der Umgebung annimmt, sondern nur darum, daß eine Änderung der Temperatur der Luft auch eine Änderung der bei etwa 150° C. stehenden Temperatur des Bolometerdrahtes hervorbringt. Wäre der Zustand stationär, d. h. wäre die Temperatur der Luft dauernd um eine kleine Größe $\delta\theta$ erniedrigt oder erhöht,

so müßte sich auch die Temperatur des heißen Drahtes um dieselbe Größe $\delta\theta$ erniedrigen bzw. erhöhen; denn da die Wärmezufuhr durch den Strom hierbei nicht geändert wird, so kann sich auch die Wärmemenge, die der Draht an die Luft abgibt, nicht ändern. Letztere ist aber $h \,.\, a \,.(\theta_1 - \theta_2)$, wobei $\theta_1 - \theta_2$ den Temperaturunterschied zwischen Draht und Luft, a die Oberfläche des Drahtes und h das äußere Wärmeleitungsvermögen des Drahtes bedeutet. Da a und h bei den geringen Temperaturänderungen (weniger als 1° C.) als konstant anzusehen sind, muß auch $\theta_1 - \theta_2$ konstant sein. Damit ist die obige Behauptung bewiesen.

Ist nun der Zustand nicht stationär, sondern ändert sich die Temperatur der Luft sinusförmig um eine kleine Größe, so gilt doch das auf p. 21 Gesagte auch unter den jetzigen Umständen; der Unterschied zwischen dem von dem Bolometer angezeigten und dem in dem Knoten vorhandenen Wert der adiabatischen Temperaturänderung ist eine Funktion der Dicke des Bolometerdrahtes.

Da es nicht möglich ist, die Temperatur des Bolometerdrahtes genau zu bestimmen, so kann der Temperaturkoeffizient des Drahtes auch nicht mit Hilfe eines Bades von dieser Temperatur bestimmt werden. Eine richtige Bestimmung des hier in Betracht kommenden Temperaturkoeffizienten erhält man nur dadurch, daß man den Bolometerversuch nachahmt; man benutzt dieselben Widerstände in der Wheatstoneschen Anordnung wie bei dem Bolometerversuch, doch so, daß man den in der Dackung eingeschlossenen Bolometerdraht (Widerstand w_2) durch einen Widerstandskasten ersetzt. Die Batteriespannung ist natürlich auch 70 Volt. Bei dem Bolometerversuch war der heiße Draht in Luft, welche ihre Temperatur periodisch um eine kleine Größe änderte. Dadurch änderte sich auch die Temperatur des heißen Bolometerdrahtes und damit sein Widerstand; da von der Widerstandsänderung des Bolometerdrahtes auf die Temperaturänderung der umgebenden Luft geschlossen wird, muß der für uns in Betracht kommende Temperaturkoeffizient des Bolometers definiert werden als die relative Widerstandsänderung des Drahtes bei einer Temperaturänderung der ihn umgebenden Luft von 1° C. Die Bestimmung des Temperaturkoeffizienten wurde deshalb fol-

gendermaßen ausgeführt. Der Bolometerdraht wurde in ein weites Reagenzglas eingeschlossen und letzteres unter Wasser getaucht. In dem Glase befanden sich ferner ein empfindliches Quecksilberthermometer, das die im Glas herrschende Temperatur abzulesen gestattete. Um störende Einflüsse der Luftfeuchtigkeit zu vermeiden, wurde das Innere des Reagenzglases mit der äußeren Luft vermittelst einer mit Chlorkalium gefüllten Trockenröhre verbunden. Die Temperatur des Wassers wurde nun das eine Mal auf etwa 100° C., das andere Mal auf etwa 30° C. gebracht. Erst wenn die Temperatur in dem Glase konstant geworden war, wurde der Widerstand des Bolometerdrahtes gemessen. Für γ ergab sich so der Wert 0,00102. Der bei dem Bolometerversuch war (Fig. 1)

$$w_2 = 6840\ \Omega,$$
$$w_3 = 5400\ \Omega,$$
$$w_4 = 5300\ \Omega,$$
$$w_g = 5300\ \Omega,$$
$$J = 0{,}0113\ \text{Amp.}$$

und $i_g = 2{,}17 \cdot 10^{-7}$ Amp., so ergibt sich aus Gleichung (3)

$$\delta\theta = 0{,}130^\circ\,\text{C.}$$

Das Bolometer von 0,001 mm Dicke zeigte also bei einem Anblasedruck der Pfeife von 12 cm Wasser eine adiabatische Temperaturänderung von $\pm$ 0,130° C. an.

Nachweis dafür, daß das Bolometer die ganze adiabatische Temperaturveränderung anzeigt.

Um entscheiden zu können, ob der zu 0,130° C. bestimmte Wert die ganze adiabatische Temperaturänderung in dem Knoten der Pfeife darstellt, muß man nach p. 21 untersuchen, welchen Wert ein Bolometerdraht von anderer Dicke in derselben stehenden Schwingung ergibt. Da aber dies sich praktisch nur sehr schwer durchführen läßt, und es sich zeigte, daß bei demselben Anblasedruck, wenn nur dabei die Pfeife den ersten Oberton gab, die Amplituden des Galvanometerstromes bei verschiedenen photographischen Aufnahmen um

weniger als 5 Proz. verschieden sich ergaben, so wurden mit einem Bolometer von anderer Dicke bei demselben Anblasedruck (12 cm Wasser) einige photographische Aufnahmen des Galvanometerstromes gemacht.

Hierzu wurde ein 0,0029 mm dicker Bolometerdraht genommen. Da derselbe aber bei Zimmertemperatur und der durch die Breite der Pfeife vorgeschriebenen Länge von etwa 5 cm einen Widerstand von nur 560 Ω besaß, er aber nach p. 21 einen solchen von etwa 5300 Ω haben soll, wurden acht parallel zueinander liegende Drähte genommen, welche hintereinander geschaltet waren. Der gegenseitige Abstand der einzelnen Drähte betrug etwa 1 mm. Dieses Bolometer war aber deshalb nicht zu gebrauchen, weil die heißen Wollastondrähte eine Luftbewegung hervorbrachten und sich dadurch gegenseitig störten. Das Galvanometer wurde, auch wenn eine verhältnismäßig geringe Batteriespannung vorgelegt war, unruhig, wodurch jegliche Messung unmöglich war. Diese störende Luftbewegung würde sehr wahrscheinlich bei einem Flächenbolometer noch mehr vorhanden sein als bei dem oben beschriebenen Bolometer aus 8 Wollastondrähten. Der Versuch, die adiabetischen Temperaturänderungen in dem Knoten der stehenden Schwingung nachzuweisen, dürfte also mit Hilfe eines Flächenbolometers wahrscheinlich unmöglich sein.

Es wurde deshalb nur ein Bolometerdraht von der Länge 5 cm und der Dicke 0,0029 mm verwendet. Er besaß bei Zimmertemperatur einen Widerstand von 560 Ω. Bei seiner Verwendung war es möglich, die Spannung der Batterie auf 30 Volt zu bringen, wodurch der Batteriestrom eine Stärke von 0,0287 Amp. erhielt. Erzeugte man nun bei demselben Anblasedruck wie oben (12 cm Wasser) den ersten Oberton den Ton, so zeigte das Galvanometer Amplituden von 3,1 mm; mit Hilfe der Empfindlichkeit des Galvanometers berechnete sich hieraus die maximale Stärke des dasselbe durchfließenden Stromes zu $1{,}57 \cdot 10^{-7}$ Amp. Es war bei dem Versuch (Fig. 1)

$$w_2 = 1035\ \Omega,$$
$$w_3 = 1007\ \Omega,$$
$$w_4 = 1100\ \Omega,$$
$$w_g = 5300\ \Omega.$$

Der Temperaturkoeffizient wurde auf dieselbe Weise bestimmt wie oben bei dem 0,001 mm Bolometer; es ergab sich für ihn der Wert 0,00129. Mit Hilfe von Gleichung (3) ergibt sich damit

$$\delta\theta = 0{,}124^{0}\,\mathrm{C}.$$

Das 0,0029 mm dicke Bolometer zeigt also in derselben stehenden Schwingung bis auf weniger als 5 Proz. dasselbe an, wie das 0,001 mm dicke Bolometer. Es darf also nach den Ausführungen auf p. 21 als feststehend angenommen werden, daß jedes der beiden Bolometer bis auf 5 Proz. den ganzen Wert der adiabatischen Temperaturänderung anzeigt. Die Abweichung von 5 Proz. liegt innerhalb der Grenze der Beobachtungsfehler; schon dadurch, daß nicht bei beiden Bolometern dieselbe stehende Schwingung verwendet wurde, sondern eine stehende Schwingung, wie sie die Pfeife bei demselben Anblasedruck ergab, konnte, wie oben ausgeführt wurde, ein Fehler bis zu 5 Proz. sich einschleichen.

Nimmt man an, daß die adiabatischen Temperaturänderungen der benützten stehenden Schwingungen vollständig dieselben sind, so kann die oben genannte Abweichung nach p. 21 nur daher rühren, daß die beiden Bolometerdrähte infolge ihrer verschiedenen Dicke Werte der adiabatischen Temperaturänderungen ergeben, welche von dem wahren Wert um eine Größe abweichen, die eine Funktion der Dicke des Bolometerdrahtes ist; wie unten gezeigt wird, handelt es sich um das Quadrat der Dicke des Drahtes. Die anderen Größen, von welchen die Abweichung der von beiden Bolometern angegebenen Werte außerdem abhängt, sind bei beiden Bolometerdrähten dieselben und können deshalb als Konstante angesehen werden. Auf diese Weise kann man mit Hilfe der von den beiden Bolometern angezeigten Werte den Wert berechnen, welchen ein Bolometer von der Dicke Null angeben würde. Dieser Wert ist nach p. 21 die volle adiabatische Temperaturänderung. Bezeichnet man mit A den wahren Wert der Temperaturänderung, mit d die Dicke des Bolometerdrahtes und mit a eine kontante Größe, so kann man für die von dem Bolometer angezeigte adiabatische Temperaturänderung schreiben

$$y = A - a\,d^{2}.$$

Die Konstanten A und a bestimmen sich durch die Angaben der Bolometer von 1 μ und 2,9 μ Dicke. Bezeichnet man die von dem ersten Bolometer angegebene Temperaturänderung mit B, so ist, da das zweite Bolometer einen um 5 Proz. kleineren Wert ergibt, die von diesem angegebene Temperaturänderung $\frac{19}{20} B$; es ist also

$$\begin{aligned} B &= A - a, \\ \tfrac{19}{20} B &= A - 8{,}4\, a, \\ \hline A &= 1{,}007\, B, \end{aligned}$$

d. h. sogar unter der Annahme, daß der Unterschied der von beiden Bolometern angegebenen adiabatischen Temperaturänderungen nur von der Trägheit der beiden Bolometer herrührt, weicht die von dem 0,001 mm dicken Bolometer angezeigte Temperaturänderung um weniger als 1 Proz. von der in dem Knoten der stehenden Schwingung vorhandenen infolge Trägheit des Bolometerdrahtes ab.

Die Genauigkeit der zu 0,030° C. mit dem 1 μ dicken Bolometer bestimmten Temperaturänderung hängt also wesentlich nur ab von der Genauigkeit, mit der die Konstanten der Versuchsanordnung sich bestimmen lassen; es kann sich dabei nur um i_g und γ handeln, weil die anderen Größen der Gleichung (3) genau bestimmbare Werte besitzen, da sich i_g und γ leicht je auf 2 Proz. genau bestimmen lassen und infolge Trägheit des Bolometers möglicherweise 7 Promille Fehler noch hinzukommt, so beträgt das Fehlermaximum etwas weniger als 5 Proz. Die Genauigkeit, die man bei der Messung der adiabatischen Temperaturänderungen hatte, war also 5 Proz.

Berechnung der Konstanten der untersuchten Schwingung.

Mit Hilfe der adiabatischen Temperaturänderungen läßt sich leicht die Bewegung der Luft in jedem Querschnitt der Pfeife bestimmen. Die Elongation ξ eines Luftteilchens im Abstand x vom Knoten zur Zeit t läßt sich durch folgende Formel darstellen

$$\xi = a \sin \frac{2\pi t}{T} \sin \frac{2\pi x}{cT},$$

wobei die Zeit t vom Durchgange der Luftteilchen durch die Nulllage ab gezählt wird. T ist die Schwingungsdauer $= \frac{1}{100{,}5}$ sec, c die Schallgeschwindigkeit in Luft $= 34000$ cm/sec und a die Amplitude der Schwingung. Wählt man die Dichte der ruhenden Luft als Einheit, so läßt sich die Dichte zur Zeit t ausdrücken durch

$$1 - \frac{\partial \xi}{\partial x} = 1 - \frac{2\pi a}{cT} \sin \frac{2\pi t}{T} \cos \frac{2\pi x}{cT}.$$

Ihr größter Wert im Knoten ist also $1 + 2\pi a/cT$, ihr kleinster Wert $1 - 2\pi a/cT$; also die Amplitude der Dichtigkeitsänderung $2\pi a/cT$.

Da der Vorgang in der schwingenden Luft adiabatisch ist, ist $d\sigma = dp/\varkappa . p$; $d\sigma$ bedeutet hierbei die bei der Druckänderung dp eintretende Dichtigkeitserklärung. Setzt man

$$\frac{dp}{\varkappa . p} = \frac{2\pi a}{T},$$

so erhält man

$$a = \frac{c . T}{2\pi \varkappa p} dp;$$

da aber ferner für eine adiabatische Änderung

$$dp = \frac{\varkappa}{\varkappa - 1} \frac{p}{\theta} d\theta,$$

so wird

$$a = \frac{cT d\theta}{2\pi(\varkappa - 1)\theta}.$$

Mit

$$c = 34000 \frac{\text{cm}}{\text{sec}},$$
$$T = \frac{1}{100{,}5} \text{sec},$$
$$\varkappa = 1{,}41,$$
$$\theta = 291^{\circ}\text{C.},$$
$$d\theta = 0{,}130^{\circ}\text{C.}$$

ergibt sich für die Amplitude der Zahlenwert

$$a = 0{,}058 \text{ cm}.$$

Mit der Bestimmung von a ist die Schwingungsamplitude der Luftteilchen in jedem Querschnitt der Pfeife gegeben; so wird z. B. die Bewegung der Luftteilchen in der Nähe der Mund-

öffnung der Pfeife, wo $x = 235$ cm zu setzen ist, ausgedrückt durch

$$\xi = 0{,}058 \,.\, \sin\frac{2\pi t}{T} \sin\frac{2\pi \,.\, 235}{338} = 0{,}054 \sin\frac{2\pi t}{T}.$$

Die Gesamtverschiebung (doppelte Amplitude) eines Teilchens im Bauch der Schwingung ist also bei dem ersten Oberton der Pfeife und einem Anblasedruck von 12 cm Wasser 0,116 cm. In der Mundöffnung selbst beträgt der Weg eines Teilchens wegen des verringerten Querschnittes 0,62 cm.

Die Geschwindigkeit eines Teilchens ist

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = 0{,}058 \,.\, \frac{2\pi}{T} \cos\frac{2\pi t}{T} \sin\frac{2\pi x}{cT} = 37 \,.\, \cos\frac{2\pi t}{T} \sin\frac{2\pi x}{cT}.$$

Die Maximalgeschwindigkeit eines Teilchens im Bauch der Schwingung ergibt sich also zu 37 cm/sec; in der Mundöffnung selbst ist sie 1,99 m/sec.

Die Energiedichte der Schwingung ist dargestellt durch $\frac{1}{4}\sigma c^2$, wobei σ die Dichte der ruhenden Luft und c die Maximalgeschwindigkeit eines Luftteilchens im Bauch darstellt; setzt man

$$\sigma = 0{,}00129,$$
$$c = 37 \text{ cm},$$

so ergibt sich für die Energiedichte der Schwingung

$$E = 0{,}44 \frac{\text{Erg}}{\text{ccm}}.$$

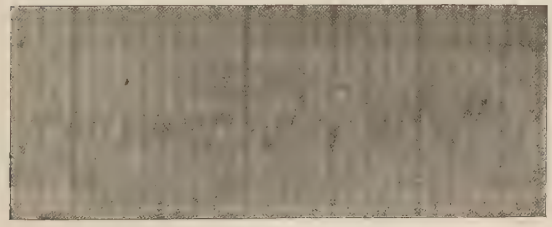

Fig. 7.

Ist der Ton in der Pfeife nicht rein, so erhält man die Energiedichte der Schwingung dadurch, daß man die mit dem Bolometer erhaltene Stromkurve (vgl. Fig. 7) in ihre einzelnen

Sinusschwingungen zerlegt. Für jeden der erhaltenen reinen Töne erhält man eine bestimmte Energiedichte; ihre Summe ist die Energiedichte der Gesamtschwingung.

Anhang I.

In welcher Weise der Unterschied zwischen dem in dem Knoten der stehenden Schwingung vorhandenen und dem von dem Bolometer vorgezeigten Wert der adiabatischen Temperaturänderung von der Dicke des Bolometerdrahtes abhängt, soll theoretisch durch folgende Rechnung bestimmt werden. Es wird dabei ermittelt, welche Widerstandsänderung der Bolometerdraht erfährt, wenn die Temperatur der ihn umgebenden Luft sich um eine kleine Größe sinusförmig ändert. Dazu muß die Temperatur für das Innere des Drahtes berechnet werden. Die dabei gemachte Annahme, daß der Bolometerdraht durch den ihn durchfließenden Strom nicht erwärmt werde, ändert an dem Vorgang nichts, da die Widerstandsänderung nur durch die periodischen Temperaturänderungen der den Draht umgebenden Luft hervorgebracht werden.

Man denkt sich durch den Bolometerdraht einen Querschnitt geführt. Da die Temperatur der den Kreis umgebenden Luft für jeden Punkt des Umfanges des Kreises in demselben Moment dieselbe ist, ist die Temperatur im Inneren der Kreisfläche eine Funktion des Abstandes r von dem Mittelpunkt des Kreises. Die partielle Differentialgleichung der Wärmeleitung lautet:

$$\frac{\partial u}{dt} = a^2 \left\{ \frac{\partial^2 \mu}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right\}. \tag{6}$$

Eine Lösung dieser Differentialgleichung ist $\mu = R e^{i a t}$, wo R eine Funktion von r und $\alpha = 2 \pi n$ ist. Bildet man hieraus

$$\frac{\partial u}{\partial t} = i \alpha R e^{i a t},$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} = \frac{dR}{dr} \cdot e^{i a t},$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2} = \frac{d^2 R}{dr^2} \cdot e^{i a t}$$

und setzt diese Werte in die Gleichung (6) ein, so wird

$$i\alpha R = a^2 \left\{ \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} \right\}. \tag{7}$$

Zur Lösung dieser Differentialgleichung setzt man

$$R = D\{1 + \alpha_1 r + \alpha_2 r^2 + \alpha_3 r^3 + \alpha_4 r^4 + \ldots\};$$

damit wird

$$\frac{dR}{dr} = D\{\alpha_1 + 2\alpha_2 r + 3\alpha_3 r^2 + 4\alpha_4 r^3 + \ldots\},$$

$$\frac{d^2 R}{dr^2} = D\{2\alpha_2 + 6\alpha_3 r + 12\alpha_4 r^2\}.$$

Substituiert man diese Werte in (7), so wird

$$i\alpha\{1 + \alpha_1 r + \alpha_2 r^2 + \alpha_3 r^3 + \alpha_4 r^4\}$$
$$= a^2 \left\{ 2\alpha_2 + 6\alpha_3 r + 12\alpha_4 r^2 + \frac{\alpha_1}{r} + 2\alpha_2 + 3\alpha_3 r + 4\alpha_4 r^2 \right\}.$$

Da diese Gleichung für jeden Wert von r gelten soll, müssen die Koeffizienten gleich hoher Potenzen von r links und rechts gleich sein, also

$$i\alpha = 4\alpha_2 a^2,$$
$$i\alpha\alpha_1 = 9\alpha_3 a^2,$$
$$i\alpha\alpha_2 = 16\alpha_4 a^2,$$

$$\alpha_2 = \frac{i\alpha}{4a^2},$$
$$\alpha_3 = \alpha_1 = 0,$$
$$\alpha_4 = -\frac{\alpha^2}{64a^2}.$$

Damit wird

$$R = D\left\{1 + \frac{i\alpha}{4a^2} - \frac{\alpha^2}{4 \cdot 16 a^4} r^4\right\}.$$

Da $\frac{r\sqrt{\alpha}}{2a}$ sehr klein ist, ist es erlaubt, die Reihe schon bei r^4 abzubrechen; es wird nun

$$u = D\left\{1 + \frac{i\alpha}{4a^2} r^2 - \frac{\alpha^2}{4 \cdot 16 a^4} r^4\right\} e^{iat}.$$

Die Konstante D wird mit Hilfe der Grenzbedingung für $r = r_0$ bestimmt; dieselbe lautet

$$k \frac{\partial u}{\partial r} = h(u' - u), \tag{8}$$

wobei k das innere Wärmeleitungsvermögen des Bolometerdrahtes, h die Wärmeabgabekonstante desselben, wenn er sich in Luft befindet, und u' die Temperatur der angrenzenden Luft bedeutet. u' ist darstellbar durch $C \cos \alpha t$; wird zu u' noch der imaginäre Wert $iC \sin \alpha t$ der einfacheren Rechnung halber beigefügt, so hat man $u' = Ce^{i\alpha t}$. Es ist

$$\left(\frac{\partial u}{\partial r}\right)_{r=r_0} = D\left\{\frac{i\alpha r_0}{2a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^3}{16a^4}\right\}e^{i\alpha t};$$

damit ergibt die Gleichung (8)

$$kD\left\{\frac{i\alpha r_0}{2a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^3}{16a^4}\right\} = h\left\{C - D\left(1 + \frac{i\alpha}{4a^2} r_0^2 - \frac{\alpha^2 r_0^4}{64a^4}\right)\right\}.$$

Oder

$$D = \frac{C}{1 + \frac{i\alpha r_0^2}{4a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^4}{64a^4} + \frac{k}{h}\left(\frac{i\alpha r_0}{2a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^3}{16a^4}\right)}.$$

Es ist somit die Temperaturänderung u der einzelnen Punkte des Drahtes infolge der Schwingungen gefunden. Die Widerstandsänderung des Drahtes läßt sich nun damit leicht berechnen. Besitzt der Draht die Länge l, den spezifischen Widerstand λ und den Temperaturkoeffizienten γ, so läßt sich ansetzen, wenn man mit w den Widerstand bei der durch die Temperaturänderung u eingetretenen Temperatur und mit w' den Widerstand des geheizten Drahtes bezeichnet

$$\frac{1}{w} - \frac{1}{w'} = \frac{2\pi}{l\lambda}\int_0^{r_0} \gamma u r\, dr$$

$$= \frac{2\pi\gamma D e^{i\alpha t}}{l\lambda}\int_0^{r_0}\left(1 + \frac{i\alpha r^2}{4a^2} - \frac{\alpha^2 r^4}{64a^4}\right) r\, dr$$

$$= \frac{2\pi\gamma D e^{i\alpha t}}{l\lambda}\left[\frac{r_0^2}{2} + \frac{i\alpha r_0^4}{16a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^6}{6 \cdot 64 a^4}\right].$$

Da aber ist

$$\frac{1}{w'} = \frac{2\pi}{l\lambda}\int_0^{r_0} r\, dr = \frac{\pi r_0^2}{l\lambda},$$

und ferner

$$\frac{1}{w} - \frac{1}{w'} = \frac{w' - w}{w w'} = \frac{\delta w}{w w'},$$

wenn δw für $w' - w$ geschrieben wird, so wird

$$\frac{\delta w}{w} = \gamma D e^{i\alpha t}\left[1 + \frac{i\alpha r_0^2}{8a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^4}{3.64\,a^4}\right].$$

Setzt man für D seinen Wert ein, so erhält man

$$(9)\quad \frac{\delta w}{w} = \frac{1 + \frac{i\alpha r_0^2}{8a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^4}{3.64\,a^4}}{1 + \frac{i\alpha r_0^2}{4a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^4}{64\,a^4} + \frac{k}{h}\left(\frac{i\alpha r_0}{2a^2} - \frac{\alpha^2 r_0^3}{16\,a^4}\right)} . C.\gamma e^{i\alpha t}.$$

In Gleichung (9) für die relative Widerstandsänderung des Drahtes können außer h alle vorkommenden Größen als bekannt angesehen werden; es ist deshalb noch h zu bestimmen. Man heizt dazu den Bolometerdraht von innen dadurch, daß man einen elektrischen Strom durch ihn schickt; dabei wird sich nach kurzer Zeit ein stationärer Zustand bilden, bei welchem die von dem Draht an die Luft abgegebene Wärme gleich der durch den Strom zugeführten ist. Die allgemeine partielle Differentialgleichung, der die Temperatur im Inneren eines Leiters zu genügen hat, ist, wenn die in letzterem per Volumeinheit und Zeiteinheit erzeugte Energie mit A bezeichnet wird

$$c.\varrho.\frac{\partial u}{\partial t} = A + k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right),$$

wobei ϱ Dichte, k die Wärmeleitfähigkeit und c die spezifische Wärme des Bolometermetalles bedeutet. Für den stationären Zustand ist $\partial u/\partial t = 0$, wodurch unsere Differentialgleichung übergeht in

$$(10)\quad A + k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) = 0.$$

Da nun ist (vgl. oben)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = \frac{\partial u}{\partial r}.\frac{1}{r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2},$$

so nimmt (10) die Form an

$$\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{A}{k} = 0.$$

Oder

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{A}{k} = 0.$$

Oder

$$\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial u}{\partial r}\right) + \frac{Ar}{k} = 0.$$

Integr.

$$r\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{A r^2}{2 k} + C = 0 .$$

Oder

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{A r}{2 k} + \frac{C}{r} = 0 .$$

Integr.

$$u = -\frac{A r^2}{4 k} - C lg r + G .$$

Für $r = 0$ würde $u = \infty$ werden, was nicht sein darf; es muß deshalb $C = 0$ sein. Es wird also

$$u = -\frac{A r^2}{4 k} + G . \tag{11}$$

Die Konstante G bestimmt sich mit Hilfe der Grenzbedingung für $r = r_0$

$$k\frac{\partial u}{\partial r} = h(u' - u) . \tag{12}$$

Aus (11) ergibt sich

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{A r}{2 k} ;$$

für $r = r_0$ gibt also die Gleichung (12)

$$-k\frac{A r_0}{2 k} = h\left(u' + \frac{A r_0^2}{4 k} - G\right) .$$

Oder

$$G = \frac{A r_0}{2 h} + u' + \frac{A r_0^2}{4 k} .$$

Damit erhält man aus (11)

$$u = -\frac{A r^2}{4 k} + \frac{A r_0^2}{4 k} + \frac{A r_0}{2 h} + u' ;$$

oder

$$u - u' = \frac{A}{4 k}(r_0^2 - r^2) + \frac{A r_0}{2 h} . \tag{13}$$

Aus dieser Temperaturänderung berechnet sich die Widerstandsänderung wie oben; es ist

$$\frac{1}{w'} = \frac{\pi r_0^2}{l \lambda} ,$$

und ferner

$$\frac{1}{w'} - \frac{1}{w} = \frac{2 \pi \gamma}{l \lambda} \int_0^{r_0} \left\{ \frac{A}{4 k}(r_0^2 - r^2) + \frac{A r_0}{2 h} \right\} r \, dr .$$

Oder

$$\frac{w - w'}{w' w} = \frac{1}{w'} \cdot \frac{A\gamma}{2} \left\{ \frac{r_0^2}{4k} + \frac{r_0}{h} \right\}.$$

Oder

$$\frac{dw}{w} = \frac{A\gamma r_0^2}{8k} \left\{ 1 + \frac{4k}{r_0 h} \right\}.$$

Oder

$$\frac{4k}{r_0 h} = \frac{8k \cdot \delta w - w A \gamma r_0^2}{w A \gamma r_0^2}.$$

Und hieraus

(14) $$h = \frac{4k w A \gamma r_0}{8k \delta w - w A \gamma r_0^2}.$$

Bei dem Versuche wurde ein Wollastondraht von 5 cm Länge und etwa 0,001 mm Dicke verwendet; er besaß bei Zimmertemperatur einen Widerstand von 4847 Ω. In Fig. 1 war w_1 der Bolometerdraht, w_2 ein Kastenwiderstand, w_3 und w_4 besaßen je 1000 Ω. w_1 hatte folgenden Widerstand:

bei $\frac{2}{1000}$ Volt	(Batteriespannung)	$w_1 = 4847\ \Omega$,
„ 2 „	„	$w_1 = 4858\ \Omega$,
„ 10 „	„	$w_1 = 4877\ \Omega$,
„ 20 „	„	$w_1 = 5044\ \Omega$.

Wird die Widerstandsänderung benützt, die sich bei einer Spannung von 20 Volts ergibt, so berechnet sich h mit Hilfe von folgenden Größen

$$w = 4950\ \Omega,$$
$$\delta w = 197\ \ \Omega,$$
$$k = 0{,}17\ \frac{\text{g-cal}}{\text{cm sec}},$$
$$A = \frac{i^2 w}{l q} = 120000\ \frac{\text{g-cal}}{\text{sec}},$$
$$\gamma = 0{,}0015,$$
$$r_0 = 10^{-4}\ \text{cm}$$

aus Gleichung (14) zu

$$h = 0{,}23\ \frac{\text{g-cal}}{\text{cm}^2\ \text{sec}}.$$

Damit können wir nun in Gleichung (9) die Größenordnung der einzelnen Glieder bestimmen und sehen, welche ohne merklichen Fehler vernachlässigt werden können. Da

$$\frac{k}{h}\,\frac{\alpha^2 r_0^2}{16\,a^4} \quad \text{und} \quad \frac{\alpha^2 r_0^4}{64\,a^4}$$

gegen 1 sehr klein sind, können wir diese Größen vernachlässigen und bekommen

$$\frac{\delta w}{w} = \frac{1 + \frac{i\,\alpha\,r_0^2}{8\,a^2}}{1 + i\left(\frac{k}{h}\,\frac{\alpha\,r_0}{2\,a^2} + \frac{\alpha\,r_0^2}{4\,a^2}\right)} \cdot C\gamma\, e^{i\alpha t}$$

$$= \frac{\left(1 + \frac{i\,\alpha\,r_0^2}{8\,a^2}\right)\left(1 - i\left(\frac{k}{h}\,\frac{\alpha\,r_0}{2\,a^2} + \frac{\alpha\,r_0^2}{4\,a^2}\right)\right)}{1 + \left(\frac{k}{h}\,\frac{\alpha\,r_0}{2\,a^2}\right)^2} \cdot C\gamma\, e^{i\alpha t}.$$

Der reelle Teil davon ist

$$\frac{\delta w}{w} = C\gamma\left\{\frac{1}{1 + \frac{k^2\alpha^2 r_0^2}{4\,h^2 a^4}}\cos\alpha t + \frac{\frac{k\,\alpha\,r_0}{2\,a^2 h}}{1 + \frac{k^2\alpha^2 r_0^2}{4\,h^2 a^4}}\sin\alpha t\right\}$$

$$= C\gamma\left\{\frac{1 + \frac{k^2\alpha^2 r_0^2}{4\,a^4 h^2}}{1 + \frac{k^2\alpha^2 r_0^2}{2\,h^2 a^4}}\right\}^{\frac{1}{2}}\cos(\alpha t + \delta),$$

wobei

$$\operatorname{tg}\delta = \frac{k\,\alpha\,r_0}{2\,a^2 h} \quad \text{ist; da} \quad \frac{k^2\alpha^2 r_0^2}{a^4 h^2}$$

eine gegen 1 sehr kleine Größe ist, so erhält man weiter

$$\frac{\delta w}{w} = C\gamma\left\{1 - \frac{k^2\alpha^2 r_0^2}{4\,a^4 h^2}\right\}^{\frac{1}{2}}\cos(\alpha t + \delta)$$

$$= C\gamma\left\{1 - \frac{k_2\,\alpha^2 r_0^2}{8\,a^4 h^2}\right\}\cos(\alpha t + \delta).$$

Das Maximum der Widerstandsänderung tritt ein für

$$\cos(\alpha t + \delta) = 1;$$

man hat also

$$\left(\frac{\delta w}{w}\right)_{\text{Max.}} = C\gamma\left\{1 - \frac{k^2\alpha^2 r_0^2}{8\,a^4 h^2}\right\}.$$

Damit ist die auf p. 28 benützte Annahme bewiesen, daß die durch die Trägheit des Bolometerdrahtes verursachte Abweichung der durch das Bolometer angezeigten Temperaturänderung von der im Knoten tatsächlich vorhandenen, dem Quadrat der Dicke des Bolometerdrahtes proportional ist. Da ferner ist

$$k = 0{,}17 \frac{\text{g-cal}}{\text{sec cm}},$$

$$\alpha = 2\pi n = 631,$$

$$r_0 = \tfrac{1}{2} \cdot 10^{-4} \text{ cm},$$

$$a^2 = 0{,}27,$$

$$h = 0{,}23 \frac{\text{g-cal}}{\text{cm}^2 \text{ sec}},$$

so ergibt sich für das Korrektionsglied der Wert

$$\frac{k^2 \alpha^2 r_0^2}{8 a^4 h^2} = 4{,}8 \cdot 10^{-5}.$$

Die theoretische Behandlung der Arbeit ergibt also ebenso wie das Experiment, daß das 0,001 mm-Bolometer die ganze adiabatische Temperaturänderung angibt.

Anhang II.

Technische Notizen.

Obwohl in neuerer Zeit mit dünnsten, versilberten Quarzfäden sehr viel gearbeitet wird, ist nirgends eine genaue Beschreibung der Herstellung versilberter Quarzfäden zu finden, so daß derjenige, der für irgend einen Zweck versilberte Quarzfäden braucht, erst sich eine brauchbare Methode selbst ausprobieren muß. Diesem Übelstande abzuhelfen sollen die folgenden Notizen dienen.

Die Versilberungsflüssigkeit wird nach dem Rezept von Böttger[1]) hergestellt. Bei der dabei angegebenen Konzentration scheidet sich aber das Silber nicht als glatter Niederschlag ab, was für eine ordentliche Leitfähigkeit des Fadens unbedingt nötig ist; eine glatte, gut leitende Silberschicht wird vielmehr erhalten bei Verdünnung der Flüssigkeit mit eben-

1) F. Kohlrausch, Lehrbuch der praktischen Physik, p. 32.

soviel destilliertem Wasser und bei Benützung einer Versilberungsfrist von 25 Minuten; die Temperatur der Flüssigkeit ist 18° C.; um einen brauchbaren Widerstand zu erhalten, ist zweimal zu versilbern. Die Versilberung des Fadens hat sofort nach dessen Herstellung zu geschehen, da sich sonst auf dem Faden Fremdkörper ansammeln, die eine zusammenhängende Silberschicht nicht entstehen lassen. Das für die Versilberungsflüssigkeit benützte Silbernitrat und das Seignettesalz müssen vollkommen frei von Eisen, Wismut und Antimon sein, da diese Stoffe im magnetischen Felde stark magnetisch werden.

Sofort nach der Herstellung des Quarzfadens wird letzterer über die beiden rechtwinkelig umgebogenen Enden eines Glasstabes gelegt und mit Hilfe von etwas heißem Schellack auf denselben festgeklebt; auf diese Weise wird der Teil des Fadens, der versilbert werden soll, zwischen den Enden des Glasstabes ausgespannt, ohne mit einem anderen Körper in Berührung gekommen zu sein. Mit Hilfe des Glasstabes wird nun der Quarzfaden längs seiner Richtung in die Versilberungsflüssigkeit eingeführt, welche sich in einem weiten Reagenzglase befindet. Da sich an der Oberfläche der Versilberungsflüssigkeit eine Silberhaut bildet, welche den Faden leicht abreißt, so werden sofort nach dem Einführen des Fadens in die Flüssigkeit einige Tropfen destilliertes Wasser auf dieselbe gegossen.

Als Unterlage für den versilberten Quarzfaden bei der Untersuchung der Leitfähigkeit und beim Anlöten des Fadens an die beiden Messingstifte wird der Teil einer auf einem Tische liegenden, gut gereinigten Glasplatte benützt, der über die Tischkante herausragt. Um den versilberten Faden auf Leitfähigkeit zu untersuchen, wird der Glasstab samt Faden auf die Glasplatte gelegt und der Faden an den beiden Enden so von dem Glasstabe losgetrennt, daß er auf dem Glase liegen bleibt; auf die beiden Enden des Fadens legt man nun etwas Stanniol, das man mit zwei Klemmschrauben und zwei Kupferplatten auf die Glasplatte aufpreßt; hat man gefunden, daß der Draht einen brauchbaren Widerstand hat (etwa 10000 Ω), so schneidet man mit Hilfe eines scharfen Messers den Faden an einem Ende durch und lötet ihn mit gewöhn-

lichem Lot an einen Messingstift an, dessen angeschmolzenes Lot eine Rille besitzt; durch Messen des Widerstandes läßt sich untersuchen, ob die Lötstelle gut ist oder nicht.

Das Abätzen des Silbers bei den Wollastondrähten geschah folgendermaßen. Nachdem der Draht schwach ausgeglüht war, wurde er mit etwas Schellack über die Enden des oben beschriebenen Glasstabes gespannt und der Glasstab samt Wollastondraht in ein weites Reagenzglas, in dem sich Salpetersäure befand, eingeführt.

Die vorliegende Arbeit wurde im physikalischen Institut der Universität Tübingen auf Anregung von Hrn. Prof. Dr. Paschen ausgeführt. Ich erlaube mir auch an dieser Stelle Hrn. Prof. Dr. Paschen und Hrn. Prof. Dr. Gans meinen herzlichsten Dank auszusprechen für das fördernde Interesse, das sie stets meinen Untersuchungen entgegengebracht haben.